

ПАМЯТКА ПО РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

Ребята! Обязательно ознакомьтесь с материалом «*Решение задач – мои советы и рекомендации*» в разделе «*Ученикам*» моего сайта. Там найдете много интересного.

Далее я привожу специальные советы, которые помогут вам при решении олимпиадных задач.

СОВЕТ 1. Прочитайте условия всех задач и наметьте, в каком порядке вы будете их решать. Учтите, что обычно задачи упорядочены по возрастанию их трудности.

СОВЕТ 2. Внимательно прочитайте условие выбранной задачи. Проверьте условие задачи на правдоподобность.

Пример. Определите площадь треугольника со сторонами 27, 56 и 28 см. Ясно, что треугольника с такими сторонами не может существовать, поскольку не выполняется неравенство треугольника. Задача решения не имеет.

СОВЕТ 3. При решении задачи должны быть рассмотрены все возможные варианты постановки задачи.

Пример. Пусть задача начинается словами «В произвольном треугольнике». Поскольку по условию задачи не сказано, какой именно треугольник имеется в виду, без разбора случаев прямоугольного, остроугольного и тупоугольного треугольников задача не будет решена полностью. В случае рассмотрения частного случая (например, рассматривался равнобедренный треугольник) при отсутствии ошибки в решении задача может быть оценена членами жюри не более, чем в $1/3$ баллов от общей «стоимости» задачи.

Задача 1. Автобус, в котором находились 38 пассажиров, сломался на трассе. Проезжающий мимо водитель легковой машины согласился «подбросить» пассажиров автобуса до ближайшего населенного пункта. Сколько раз водителю легковушки придется съездить туда и обратно, если в автомобиль кроме водителя могут сесть еще четыре пассажира?

Эта задача интересна тем, что необходимо рассмотреть два случая: решение зависит от того, в какую сторону едет по своим делам водитель автомобиля. Если водитель едет в сторону населенного пункта, то «туда и обратно» он съездит 9 раз (при этом отвезет $4 \cdot 9 = 36$ пассажиров), еще двух пассажиров

довезет до населенного пункта и возвращаться не будет, т. е. «туда и обратно» водитель съездит 9,5 раза.

Если водитель едет из ближайшего населенного пункта, то после поездки с последней парой он вернется, т. е. «туда и обратно» водитель съездит 10 раз.

Задача 2. Охотник, войдя в лес, видит на дереве белку. Белка выглядывает из-за ствола, смотрит на охотника, а сама охотнику не показывается. Охотник начинает медленно обходить дерево вокруг. Белка, цепляясь коготками за кору дерева, перемещается по стволу так, что все время, выглядывая из-за ствола, смотрит на охотника, но свою спинку и хвостик охотнику не показывает. Охотник три раза обошел вокруг дерева, сколько раз он обошел вокруг белки?

Решая задачи подобного типа, нужно четко понимать, что в задачу нельзя добавлять «от себя» ни одного слова, поскольку при этом мы невольно производим подмену условия задачи. Обратим внимание на то, что из условия задачи нельзя понять, что означает фраза «обойти вокруг белки». Эта задача, как и задача 1, допускает два варианта подхода.

Если мы будем считать, что «обойти вокруг белки» — это увидеть спинку белки, то охотник не обошел вокруг белки ни разу. Если же «обойти вокруг белки» - обойти вокруг того места, где сидит белка (дерево), то охотник обошел вокруг белки три раза. Полный ответ на вопрос, поставленный в задаче, состоит в разборе двух рассмотренных вариантов.

СОВЕТ 4. Прочитайте полностью записанное условие задачи. Запись условия задачи в сокращенном виде может привести к ошибке.

Пример. Первый член арифметической прогрессии равен 1. Сумма первых пяти членов этой прогрессии в четыре раза меньше суммы последующих пяти членов этой прогрессии. Найти арифметическую прогрессию.

Сокращенная запись условия задачи дает:

$$a_1=1, S_5 = \frac{1}{4} S_{6-10}. \quad (*)$$

$$(a_n) - ?$$

Для решения задачи необходимо применить формулу суммы первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n.$$

$$S_5 = \frac{2+4d}{2} 5 = (1+2d) \cdot 5; \quad (**)$$

$$S_{6-10} = S_{10} - S_5 = (2+9d) \cdot 5 - (1+2d) \cdot 5 = (1+7d) \cdot 5. \quad (***)$$

Подставляя (**) и (***) в (*), получаем $d = -3$.

Если ограничиться проверкой сокращенной записи условия, ответ можно записать двояко:

$$a_1 = 1, d = -3;$$

или $1; -2; -5; \dots$ Проверка полного текста задачи дает возможность утверждать, что при $d = -3$ мы имеем дело с убывающей прогрессией, частичные суммы которой (по 5, 7, 10 членов) возрастать не могут. Далее смешные равенства

$$S_5 = -25 \text{ и } S_{6-10} = -100$$

являются справедливыми для (*), но абсурдными при упоминании о том, что высказывания «больше (или меньше) во столько-то раз» определены на множестве положительных действительных чисел.

Ответ: такой арифметической прогрессии не существует.

СОВЕТ 5. Необходима проверка правдоподобности полученных результатов. После написания олимпиадной работы внимательно ее прочитайте. Убедитесь, что вы не получили муху, летающую со скоростью до 200 км/час; многоугольник, одновременно являющийся и выпуклым, и вогнутым, и т. д.

СОВЕТ 6. Часто в олимпиадных задачах описывается определенная конструкция, которая может находиться в различных состояниях, и набор допустимых преобразований, меняющих эти состояния, и спрашивается, можно ли из одного данного состояния перейти в другое. Если ответ в такой задаче положителен, то для доказательства достаточно привести любой пример, показывающий, как можно осуществить такое преобразование. Если же ответ отрицательный, то необходимо доказать, что как бы мы ни производили допустимые преобразования, мы никогда не сможем получить требуемого состояния. Один из возможных способов доказательства этого

состоит в нахождении такой величины, определенной для всех возможных состояний, которая не меняется при допустимых преобразованиях.

Такая величина называется *инвариантом*. Если существует инвариант, который принимает различные значения для начального и конечного состояния, то, очевидно, что преобразовать начальное состояние в конечное с помощью допустимых преобразований невозможно.

СОВЕТ 7. Если задача решилась слишком легко – это подозрительно, возможно, вы неправильно поняли условие или где-то ошиблись.

СОВЕТ 8. Если задача не решается – попробуйте её упростить (взять меньшие числа, рассмотреть частные случаи и т.д.) или решать ее «от противного», или заменить числа буквами и т. д.

СОВЕТ 9. Если неясно, верно ли некоторое утверждение, то попытайтесь его поочередно то доказывать, то опровергать.

СОВЕТ 10. Не зацикливайтесь на одной задаче: иногда отрывайтесь от нее и оценивайте положение. Если есть хоть небольшие успехи, то можно продолжать, а если мысль ходит по кругу, то задачу лучше оставить (хотя бы на время).

СОВЕТ 11. Решив задачу, сразу оформляйте решение. Это поможет проверить его правильность и освободит внимание для других задач.

СОВЕТ 12. Каждый шаг решения надо формулировать, даже если он кажется очевидным. Удобно записывать решение в виде нескольких утверждений (лемм). Это помогает при проверке и обсуждении работы.

СОВЕТ 13. Перед тем как сдать работу, перечитайте её «глазами проверяющих» – смогут ли они в ней разобраться?